

导体接地时的电荷转移问题探讨

韩运侠 马宝红

(洛阳师范学院物理与电子信息学院 洛阳 471000)

人民教育出版社出版的普通高中课程标准实验教科书《物理》(选修1-1)第一章电场 电流中指出:在生活生产中,为了防止电荷在导体上过量聚集,常常用导线把带电体与大地连接起来,进行接地放电,使带电体上的电荷流入大地.众所周知,静电平衡时,导体内部电场强度为零.电荷分布于外表面,整个导体为一等电势体.它是外电场作用于导体电结构的综合表现,亦即外电场与导体电荷电场相互作用的结果.带电导体上的所有电荷是否转移到大地取决于外场情况,本文将对导体接地时的电荷转移规律进行探讨.

1 接地带电导体球不在外场中的情况

设一带电导体球带有 Q 的电荷,若带电导体不受外场的作用,则带电导体球激发电场,其电场强度为

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\vec{r}}{r^3},$$

选无限远处为电势参考点,其电势为

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r},$$

此时导体球的电势为

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{R_0}.$$

式中, ϵ_0 为真空中的电容率, r 为空间任一点到导体球球心的距离, R_0 为导体球的半径.

若带电导体球接地,则由于大地的电势为零,带电导体球与大地之间有一定的电势差,故带电的导体球将与大地之间有电荷转移.若导体球带正电,大地中的电子将流向导体球;若导体球带负电,导体球上的电子将流向大地.那么,导体球上的电荷是否全部流向大地呢?为此我们进行简单的证明.设导体球上仍有一定的电荷 Q' ,则 Q' 将激发电场,其电场强度为

$$\vec{E} = \frac{Q'}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\vec{r}}{r^3},$$

由于无穷远处的电势与大地的电势相等,或者说它们的电势差为零,要使

$$U = \int_{地}^0 \vec{E} \cdot d\vec{r} = 0.$$

成立,只有大地到无穷远区间的电场强度 $\vec{E} = 0$, 即有 $Q' = 0$. 也就是说,导体球上的电荷全部流入大地.

2 接地导体球置于非均匀电场中的情况

中性导体球在外场的作用下,发生静电感应现象,导体球上将出现感应电荷.当导体球接地后,感应电荷将与大地电荷交换,形成电荷转移.如图1所示.在真空中,点电荷 Q 附近的场中,置一半径为 R_0 的接地导体球,球心与点电荷相距为 a . 通常我们可以采用电像法,先求出空间的电势分布,再利用边值关系解出导体球上的面电荷分布,然后研究球上是否带有净电荷.我们可以用像电荷 Q' 代替球面上的感应电荷,由对称性可知,像电荷 Q' 一定在点电荷 Q 与导体球心的连线上,设距球心为 b 处.取球心为坐标原点,空间中任一点的电势为

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{Q}{(R^2 + a^2 - 2Ra \cos\theta)^{1/2}} + \frac{Q'}{(R^2 + b^2 - 2Rb \cos\theta)^{1/2}} \right]$$

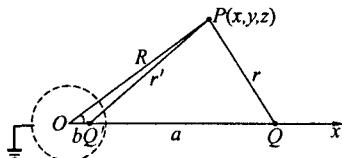


图1

由于导体球接地,故 $\varphi(R_0) = 0$, 由此可得

$$Q' = -\frac{R_0}{a}Q,$$

“相反”的结论. 必须注意,这里的 E 是电场强度,不是电动势,法拉第电磁感应定律不适用,而麦克斯韦电磁场理论也没有给出这样的结论. 这是对麦克斯韦电磁场理论的误解.

3 电磁波中 E 矢量和 B 矢量同步变化的含义

E 矢量和 B 矢量同步变化,也就是同相位. 随时间的变化同步,若 $E = E_m \sin\omega t$, 则 $B = B_m \sin\omega t$, 同时最大,同时为零;随空间(坐标)的变化也同步,同时最大,同时为零;对时间的变化率 $\frac{\Delta E}{\Delta t}$ 和 $\frac{\Delta B}{\Delta t}$ 同步,同时最大,同时为零,对空间的变

化率 $\frac{\Delta E}{\Delta x}$ 和 $\frac{\Delta B}{\Delta x}$ 同步,同时最大,同时为零. 已知其中一个的传播规律,另一个的传播规律也就知道了,区别只是振荡的物理量不同,振幅不同以及振动的平面不同而已.

“道”越走越宽,“理”愈辩愈明. 物理规律深邃而不彰显,其中道理需要深度探究. 上述所论旨在抛砖引玉,意在引发广大物理同仁的热议,期待在质疑中寻求共识,达到向同行学习提高教学水准之目的.

$$b = \frac{R_0^2}{a},$$

故
$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{(R^2 + a^2 - 2Ra\cos\theta)^{1/2}} - \frac{\frac{R_0}{a}}{(R^2 + \frac{R_0^4}{a^2} - 2R\frac{R_0^2}{a}\cos\theta)^{1/2}} \right].$$

进一步通过电势得到球面上的感应电荷面密度

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{感}} &= -\epsilon_0 \frac{\partial\varphi}{\partial R} \Big|_{R=R_0} \\ &= -\frac{Q}{4\pi R_0 a} \cdot \frac{1 - \frac{R_0^2}{a^2}}{[1 + \frac{R_0^2}{a^2} - 2\frac{R_0}{a}\cos\alpha]^{3/2}}, \end{aligned}$$

总感应电荷为

$$Q_{\text{感}} = \iint_S \sigma_{\text{感}} dS = \iint_S \sigma_{\text{感}} R_0^2 \sin\theta d\theta d\varphi = -\frac{R_0}{a} Q,$$

导体球接地后,感应电荷总量不为零,可认为电荷

$$Q'_{\text{感}} = \frac{R_0}{a} Q.$$

移到地中去了.在此情况下,导体球上的感应电荷部分地转移到大地,此时用接地的方法可以使导体球感应起电.

3 接地导体球置于均匀电场中的情况

接地导体球置于均匀电场中,由于静电感应现象,在导体球上会出现感应电荷,此时导体球上的感应电荷也要在空间激发场,故使原来的场空间电场发生了变化,如图2所示.

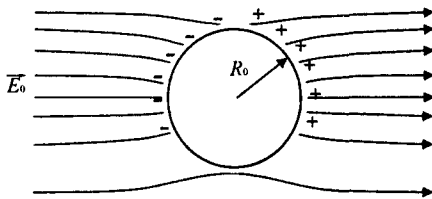


图2

此问题仍然用镜像法来研究.用两个点电荷 +Q 激发一均匀场.点电荷 +Q 放在对称轴 z = ±a 处, a 很大, Q 也很大,在坐标原点附近的区域内.

$$E_0 \cong \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2Q}{a^2}.$$

将一中性接地导体球放在均匀场中,这样一来, ±Q 相当于两个场源电荷,球面上将出现感应电荷,由像电荷来代替它,此时 +Q 在球面上感应的电荷用像电荷 -\frac{R_0}{a}Q 代替, -Q 在球面上感应电荷用像电荷 \frac{R_0}{a}Q 代替,如图3所示.

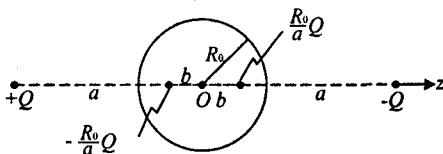


图3

导体球外的电势就是这四个点电荷分别在某点产生的

电势的迭加,即

$$\begin{aligned} \varphi_{\text{外}} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{Q}{(R^2 + a^2 + 2Ra\cos\theta)^{1/2}} - \frac{\frac{R_0}{a}Q}{(R^2 + \frac{R_0^4}{a^2} + 2R\frac{R_0^2}{a}\cos\theta)^{1/2}} + \frac{Q}{(R^2 + a^2 - 2Ra\cos\theta)^{1/2}} - \frac{\frac{R_0}{a}Q}{(R^2 + \frac{R_0^4}{a^2} - 2R\frac{R_0^2}{a}\cos\theta)^{1/2}} \right\}, \end{aligned}$$

因为 a ≫ R, 则略去 \frac{R^2}{a^2}, 即

$$\begin{aligned} \varphi_{\text{外}} &\cong \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{a(1 + 2\frac{R}{a}\cos\theta)^{1/2}} - \frac{Q}{a(1 - 2\frac{R}{a}\cos\theta)^{1/2}} - \frac{\frac{R_0}{a}}{aR(1 + 2\frac{R_0^2}{aR}\cos\theta)^{1/2}} + \frac{\frac{R_0}{a}}{aR(1 - 2\frac{R_0^2}{aR}\cos\theta)^{1/2}} \right]. \end{aligned}$$

由于 \frac{R}{a} 和 \frac{R_0}{a} = \frac{R_0^2}{aR} 皆为小量,故上式的展开式为

$$\begin{aligned} \varphi_{\text{外}} &\cong \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a} \left[(1 - \frac{R}{a}\cos\theta) - (1 + \frac{R_0}{a}\cos\theta) - \frac{R_0}{a}(1 - \frac{R_0^2}{Ra}\cos\theta) + \frac{R_0}{R}(1 + \frac{R_0^2}{Ra}\cos\theta) \right] \\ &\cong \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a} \left[-2\frac{R}{a}\cos\theta + 2\frac{R_0^3}{aR^2}\cos\theta \right] \\ &= -\frac{2RQ\cos\theta}{4\pi\epsilon_0 a} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2QR_0^3\cos\theta}{a^2 R^2} \\ &= -E_0 R\cos\theta + \frac{R_0^3}{R^2} E_0 \cos\theta. \end{aligned}$$

进一步通过电势得到球面上的感应电荷面密度

$$\sigma_{\text{感}} = -\epsilon_0 \frac{\partial\varphi}{\partial R} \Big|_{R=R_0} = 3\epsilon_0 E_0 \cos\theta,$$

球面上的感应电荷

$$Q_{\text{感}} = \iint_S \sigma_{\text{感}} dS = \iint_S \sigma_{\text{感}} R_0^2 \sin\theta d\theta d\varphi = 0.$$

由此可见,在均匀外场作用下,发生静电感应的接地导体球与大地之间没有电量转移,此时导体球面上对称分布着等量异号的感应电荷,净电荷为零.

4 结论

综上所述,接地带电导体球不在外场中,导体球上的电荷全部流入大地.接地导体球置于非均匀电场中,导体球上的感应电荷部份流入大地.接地导体球置于均匀电场中,导体球上的感应电荷没有流入大地.不同的外场对接地导体球产生的电荷转移情况,不仅没有违反,而且恰恰是遵从了导体静电平衡条件所揭示的物理规律.静电平衡时,导体内部电场强度为零,电荷分布于外表面,整个导体为一等势体.它是外电场作用于导体电结构的综合表现,亦即外电场与导体电荷电场相互作用的结果.对本问题的讨论,可以进一步加深对导体静电平衡条件的认识.